

# Algèbre

## Eléments de base



Bénédicte LOISEAU - Valérie DANIELS

# ALGÈBRE

<b>Les nombres</b> .....	<b>4</b>
Ensembles de nombres .....	4
Relation d'ordre.....	5
Nombres opposés et nombres inverses .....	5
Addition et soustraction.....	5
Multiplication et division .....	6
Puissances.....	6
Racines carrées .....	7
Règles de priorité.....	7
Exercices sur les nombres.....	8
<b>Les fractions</b> .....	<b>10</b>
Définition .....	10
Addition et soustraction de fractions .....	11
Multiplication de fractions.....	13
Division de fractions.....	13
Exercices sur les fractions .....	13
<b>Puissances</b> .....	<b>15</b>
Propriétés des puissances.....	15
Exposant 0 .....	16
Exposant négatif .....	16
Exposant rationnel .....	17
Extension de la notion d'exposant .....	17
Propriétés.....	17
Résumé des formules de puissances.....	18
Exercices sur les exposants .....	19
<b>Règle de 3 - partages proportionnels - pourcentages</b> .....	<b>20</b>
Règle de trois : exemples résolus.....	20
Partages proportionnels : exemples résolus.....	20
Pourcentages : exemples résolus.....	21
Exercices sur la règle de 3 – partages proportionnels et pourcentages .....	21
<b>Expressions littérales</b> .....	<b>23</b>
Expressions littérales .....	23
Valeur d'une expression littérale.....	23
Simplification de l'écriture dans un produit (multiplication).....	23
Opérations sur les expressions littérales .....	23
Exercice sur les expressions littérales .....	24
<b>Equations du 1<sup>er</sup> degré</b> .....	<b>25</b>
Exemple .....	25
Egalité .....	25
Equation .....	25
Equations singulières.....	26
Pour résoudre une équation du 1 <sup>er</sup> degré.....	26
Pour vérifier la solution d'une équation du 1 <sup>er</sup> degré .....	26
Equations fractionnaires .....	26
Graphique d'une fonction du 1 <sup>er</sup> degré (droite).....	28
Résolution graphique d'équations du 1 <sup>er</sup> degré .....	29
Système d'équation du 1 <sup>er</sup> degré à plusieurs inconnues.....	29
Exercices sur les équations .....	30
<b>Inéquations</b> .....	<b>33</b>
Définition .....	33
Règle pratique de résolution.....	33
Exercices sur les inéquations .....	33
<b>Distributivité – mise en évidence – produits remarquables</b> .....	<b>34</b>
Distributivité.....	34
Mise en évidence .....	34
Double distributivité.....	34
Produits remarquables.....	34

Exercices.....	35
<b>Correction des exercices d'algèbre .....</b>	<b>36</b>

---

# Les nombres

## Ensembles de nombres

### Nombres entiers

0,1,2,3,4...

### Nombres entiers relatifs

..., -5, -4, -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3, +4, +5 ....

*En général, les nombres positifs s'écrivent sans signe*

On écrit  $+4 = 4$                        $+7 = 7$

### Nombres rationnels

$\frac{3}{4}$ ,  $\frac{-7}{2}$ ,  $\frac{1}{5}$ ,  $\frac{3}{11}$  ...

*Tout nombre rationnel peut s'écrire sous la forme d'un nombre décimal illimité périodique. Par exemple, en divisant 3 par 4, on obtient 0,75.*

$\frac{3}{4} = 0,75$                       nombre décimal limité  
    0,7500000... nombre décimal illimité périodique (de période 0)/

$\frac{-7}{2} = -3,5$                       nombre décimal limité  
    -3,500000... nombre décimal illimité périodique (de période 0)

$\frac{3}{11} = 0,272727...$             nombre décimal illimité périodique (de période 27)

$\frac{2}{15} = 0,13333...$             nombre décimal illimité périodique (de période 3)

*Tout nombre décimal illimité périodique peut s'écrire sous la forme d'une fraction.*

Par exemple,  $0,75 = \frac{75}{100}$

2,839 il y a 3 décimales après la virgule, donc on parle en millièmes  
 il y a 2839 millièmes

$$2,839 = \frac{2839}{1000}$$

0,3 il y a 1 décimale après la virgule, donc on parle en dixièmes  
 il y a 3 dixièmes

$$0,3 = \frac{3}{10}$$

### Nombres irrationnels

Ces nombres ne peuvent pas s'écrire sous forme de fraction.  
 Ce sont des nombres décimaux illimités périodiques

n universel = 0,1234567891011121314151617...

$n = 0,10100100010000100000\dots$

$\sqrt{2} = 1,4142135\dots$

$\pi = 3,1415926535\ 89\ 79\ 3238462643383279\dots$

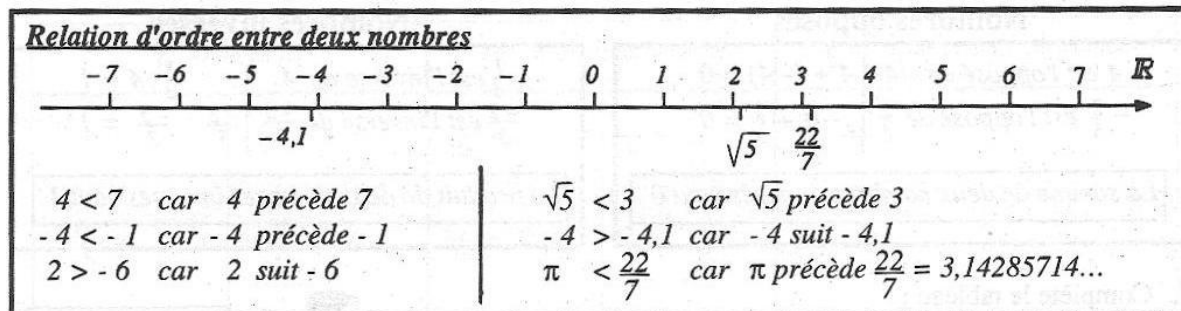
## Nombres réels

Les nombres réels sont les nombres entiers, positifs et négatifs, les nombres rationnels et irrationnels.

## Relation d'ordre

On peut classer les nombres du plus petit au plus grand.

Il s'agit de la relation d'ordre.



### Quand 2 nombres sont positifs, on écrit

$3 < 7$  3 plus petit que 7

car 3 se trouve avant 7 sur la droite des nombres

$12 < 50$  12 plus petit que 50

car 12 se trouve avant 50 sur la droite des nombres

$89 > 6$  89 plus grand que 6

car 89 se trouve après 6 sur la droite des nombres

### Quand 2 nombres sont négatifs, on écrit

$-7 < -3$  -7 plus petit que -3

-7 se trouve avant -3 sur la droite des nombres

$-50 < -12$  -50 plus petit que -12

car -50 se trouve avant -12 sur la droite des nombres

$-6 > -89$  -6 plus grand que -89

car -6 se trouve après 89 sur la droite des nombres

### Quand on a un nombre positif et un nombre négatif

Le nombre négatif est toujours plus petit que le nombre positif, car il se trouve toujours avant le nombre positif sur la droite des nombres

$-7 < 12$

$-89 < 32$

$75 > -1$

## Nombres opposés et nombres inverses

Nombre opposés		Nombres inverses	
4 est l'opposé de -4	$4 + (-4) = 0$	$\frac{1}{4}$ est l'inverse de 4	$\frac{1}{4} \cdot 4 = 1$
$-\frac{2}{5}$ est l'opposé de $\frac{2}{5}$	$-\frac{2}{5} + \frac{2}{5} = 0$	$-\frac{2}{5}$ est l'inverse de $\frac{-5}{2}$	$-\frac{2}{5} \cdot \frac{-5}{2} = 1$
<b>La somme de deux nombres opposés vaut 0</b>		<b>Le produit de deux nombres inverses vaut 1</b>	

## Addition et soustraction

### Pour additionner 2 nombres de même signe

$$10 + 3 = 13$$

$$(-10) + (-3) = -13$$

**Pour additionner 2 nombres de signe contraire**

$$10 + (-3) = 7$$

$$(-10) + 3 = -7$$

**Signe devant une parenthèse**

$$+(+3) = +3$$

$$+(-3) = -3$$

$$-(-3) = +3$$

$$-(+3) = -3$$

**Soustraire un nombre, c'est additionner son opposé**

$$5 - (+3) = 5 + (-3)$$

et

$$5 - (-3) = 5 + (+3)$$

**Multiplication et division**

MULTIPLICATION	REGLE DES SIGNES	DIVISION
$3 \cdot 7 = 21$ $-3 \cdot (-7) = 21$  $3 \cdot (-7) = -21$ $-3 \cdot 7 = -21$	1) Produit des V.A. + par + donne + - par - donne +  2) application de la règle des signes + par - donne - - par + donne -	$3 : 1,2 = 2,5$ $-3 : (-1,2) = 2,5$  $3 : (-1,2) = -2,5$ $-3 : 1,2 = -2,5$
		1) Quotient des VA  2) Application de la règle des signes

Remarques : a)

on mettra dorénavant

$3 \cdot 6$ pour $3 \times 6$ $3a$ pour $3 \times a$ $ab$ pour $a \times b$
---

b)

$11 \times 0 = 0$ $\frac{0}{11} = 0$ mais $\frac{11}{0}$ est impossible
--

**Puissances**

Une **puissance** est un produit de facteurs tous égaux.

$$5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \quad \text{il y 6 facteurs}$$

$$7 \cdot 7 \cdot 7 \quad \text{il y 3 facteurs}$$

$$12 \cdot 12 \cdot 12 \cdot 12 \quad \text{il y 4 facteurs}$$

Pour écrire plus rapidement une puissance, on se sert de **l'exposant**

**L'exposant indique combien de facteurs égaux il y a dans la puissance**

$$5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \quad \text{s'écrit } 5^6$$

$$7 \cdot 7 \cdot 7 \quad \text{s'écrit } 7^3$$

$$12 \cdot 12 \cdot 12 \cdot 12 \quad \text{s'écrit } 12^4$$

**Lecture d'une puissance**

$$5^6 \quad \text{se lit 5 à la 6}^{\text{ème}} \text{ puissance ou 5 exposant 6}$$

$$12^4 \quad \text{se lit 12 à la 4}^{\text{ème}} \text{ puissance ou 12 exposant 4}$$

$$b^4 \quad \text{se lit b à la 4}^{\text{ème}} \text{ puissance ou b exposant 4 ou } b^4$$

$a^n$  est une **puissance** de  $a$   
 $a$  est la **base**  
 $n$  est **l'exposant**

**Deux puissances particulières**

$$7^2 \text{ se lit 7 au carré (penser à m}^2\text{)}$$

$$7^3 \text{ se lit 7 au cube (penser à m}^3\text{)}$$

$$\text{ne pas confondre } 8^2 \text{ (8 au carré) et } 8^4 \text{ (8 à la 4}^{\text{ème}} \text{ puissance)}$$

## Racines carrées

$n$ est la racine carrée de $a$ si le carré de $n$ égale $a$ $n^2 = a \Rightarrow \sqrt{a} = n$ $(a \geq 0)$	$a$	positif	25	2 racines opposées $+\sqrt{25} = 5$ et $-\sqrt{25} = -5$	$(5)^2 = 25$ $(-5)^2 = 25$
		négatif	-36	aucune racine	$\sqrt{-36}$ est impossible dans $\mathbb{R}$

### Propriétés

$\sqrt{abc} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \cdot \sqrt{c}$	$\sqrt{54} = \sqrt{6 \cdot 9} = \sqrt{6} \cdot \sqrt{9} = 3\sqrt{6}$	$\sqrt{48} = \dots$
$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$	$\sqrt{\frac{7}{36}} = \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{36}} = \frac{\sqrt{7}}{6} = \frac{1}{6} \sqrt{7}$	$\sqrt{\frac{72}{81}} = \dots$

## Règles de priorité

<b>P</b>	<b>E</b>	<b>M</b>	<b>D</b>	<b>A</b>	<b>S</b>
parenthèses	exposants	multiplication	division	addition	soustraction

### Exemples

$3 + 4 \times 2 = 3 + 8 = 11$	la <b>M</b> ultiplication s'effectue	<u>avant</u>	l' <b>A</b> ddition
$(3 + 4) \times 2 = 7 \times 2 = 14$	les <b>P</b> arenthèses s'effectuent	<u>avant</u>	la <b>M</b> ultiplication
$2 \times 6 / 3 = 12 / 3 = 4$	la <b>M</b> ultiplication s'effectue	<u>avant</u>	la <b>D</b> ivision
$2 \times (6/3) = 2 \times 2 = 4$	les <b>P</b> arenthèses s'effectuent	<u>avant</u>	la <b>M</b> ultiplication

On met donc des parenthèses pour changer l'ordre de priorité des opérations.

## Exercices sur les nombres

### 1) Ecrire sous forme décimale

$$\frac{12}{100} \quad \frac{-3}{4} \quad \frac{152}{10} \quad \frac{46}{2} \quad \frac{4}{3} \quad \frac{7}{91} \quad \frac{-1000}{25} \quad \frac{7}{11}$$

### 2) Ecrire sous forme fractionnaire

$$3,75 \quad 2 \quad -0,05 \quad 12,007 \quad 0,100$$

### 3) Ecrire la relation d'ordre

$$\begin{array}{lll} 3 \dots 9 & 12 \dots 23 & 75 \dots 57 \\ -3 \dots -9 & -15 \dots -5 & -18 \dots -81 \\ -3 \dots 9 & 75 \dots -75 & -5 \dots 12 \\ 0,3 \dots 7,2 & 43 \dots 4,3 & 0 \dots 9 \\ 0,304 \dots 0,340 & 0,43 \dots 0,430 & -0,089 \dots -0,0989 \\ 5,05 \dots \frac{505}{1000} & 0,43 \dots \frac{43}{100} & \frac{-3}{4} \dots -0,7499 \end{array}$$

### 4) Compléter le tableau (opposé et inverse)

Nombre	Opposé du nombre	Inverse du nombre
5		
-3		
1,5		
-2.6		
$\frac{1}{3}$		
$-\frac{1}{4}$		

### 5) Effectuer ces additions et soustractions :

$$\begin{array}{ll} -4 + 7 = & 5 + 2 - 10 - 9 - 5 = \\ 3 - 8 = & 42 + 2 + 10 - 32 = \\ 5 - 1,5 = & 2,5 - 12 + 13 + 12 - 4,5 = \\ -2 + 0,8 = & 70 - 60 + 30,8 - 10,2 = \\ 48 - 50 = & 127 - 82 + 12 - 37 + 30,5 = \\ -124 + 81 = & 3200 - 1700 - 1500 = \\ -68 - 12 = & -44 - 28 + 35 + 28 = \\ 425 - 575 = & -200 + 30 + 74 - 24 = \end{array}$$

### 6) Effectuer les multiplications (en respectant la règle des signes)

$$\begin{array}{llll} -20 \cdot 9 = & 34 \cdot (-15) = & -3 \cdot 4 \cdot (-5) = & 0,2 \cdot (-0,3) \cdot 5 \cdot (-20) = \\ -12 \cdot (-25) = & -45 \cdot (-11) = & 10 \cdot (-2) \cdot 5 \cdot 4 = & -\frac{1}{4} \cdot 50 \cdot (-8) \cdot (-2) = \\ 38 \cdot 12 = & 74 \cdot 9 = & -4 \cdot 5 \cdot (-3) \cdot (-2) = & 40 \cdot 3 \cdot (-0,001) \cdot (-20) = \\ -28 \cdot (-125) = & -32 \cdot (-30) = & 0,2 \cdot 5 \cdot (-4) \cdot (-3) \cdot (-5) = & -10 \cdot 3 \cdot 0,4 \cdot 3 \cdot 2 = \\ 47 \cdot (-5) = & -74 \cdot 4 = & 7 \cdot (-0,1) \cdot (-2) \cdot 5 = & 0,75 \cdot 4 \cdot (-5) \cdot (-8) \cdot (-0,05) = \\ & & & = \end{array}$$

### 7) Calculer les puissances :

$$\begin{array}{lllll} 3^2 = & 7^2 = & 2^5 = & 3^4 = & 5^3 = \\ 1^7 = & 1^{12} = & 0^3 = & 0^6 = & 8^1 = \\ 10^2 = & 10^3 = & 10^4 = & 10^5 = & 10^6 = \\ (-2)^3 = & (-2)^4 = & (-3)^2 = & (-1)^5 = & (-1)^8 = \end{array}$$

- Les puissances de 10 ont autant de zéros après le 1 que l'indique l'exposant
- Toutes les puissances de 1 valent 1
- Toutes les puissances de 0 valent 0
- Toute puissance d'un nombre positif est un nombre positif.  
Une puissance d'un nombre négatif est positive si l'exposant est pair, négative si l'exposant est impair.

**8) Ecrire sous forme de puissance**

$2 \cdot 2 \cdot 2 =$

$aa =$

$3bbb =$

$2aa \cdot 3 bbbbbb =$

$3ab \cdot 3abc =$

**9) Extraire la racine carrée**

$\sqrt{16} =$

$\sqrt{10\,000} =$

$\sqrt{0,64} =$

$\sqrt{25} =$

$-\sqrt{9} =$

$\sqrt{2\,500} =$

$\sqrt{49} =$

$\sqrt{144} =$

$\sqrt{0,0121} =$

$\sqrt{-36} =$

$\sqrt{-1} =$

$\sqrt{360\,000} =$

$\sqrt{121} =$

$\sqrt{169} =$

$\sqrt{1,44} =$

**10) Effectuer en respectant la priorité des opérations**

$3 + 45 \cdot 12 =$

$(65 - 12) \cdot 3 - 4 =$

$\frac{3 + 9}{25 - 12 \cdot 2 + 3} =$

$(18 \cdot 2 - 2 \cdot 15) \cdot 3 - 3 \cdot (21 - 4^2) =$

$(17 + 5) \cdot 4 + 8 =$

$(17 + 5) \cdot (4 + 8) =$

$150 : 2 \cdot 5 - 33 \cdot 12 : 3 =$

$3 \cdot 4^2 + 6^2 - 6 \cdot 3 =$

$(12 - 2 \cdot 4)^2 + (2 \cdot 6)^2 - 3 \cdot 2 =$

$78 - 32 + 32 =$

# Les fractions

## Définition

$\frac{a}{b}$  a est le numérateur, b est le dénominateur, a et b sont les termes de la fraction  
 b indique en combien de parties égales on a divisé l'unité  
 a indique combien de parties on prend  
 exemple :  $\frac{3}{4}$  de tarte (on a divisé la tarte en 4 parties égales et on en prend 3)

## Fraction équivalente

Pour obtenir une fraction équivalente, on multiplie (ou on divise) le numérateur et le dénominateur de la fraction par un même nombre non nul.

$\frac{6}{8}$  est équivalent à  $\frac{3}{4}$  car en divisant 6 par 2, on obtient 3 et en divisant 8 par 2, on obtient 4

$\frac{6}{8}$  est équivalent à  $\frac{12}{16}$  car en multipliant 6 par 2, on obtient 12 et en multipliant 8 par 2, on obtient 16

## Fraction irréductible

Simplifier une fraction, c'est obtenir une fraction équivalente dont les termes sont plus petits.

Une fraction est irréductible quand on n'arrive plus à la simplifier.

$\frac{6}{8}$  n'est pas irréductible, car on peut la simplifier en  $\frac{3}{4}$

$\frac{3}{4}$  est irréductible car on ne peut plus la simplifier.

## Signes dans la fraction

On peut changer les signes des deux termes d'une fraction sans changer sa valeur car cela revient à les multiplier par  $-1$ .

En général, on ne laisse pas de signe  $-$  au dénominateur.

$$\frac{5}{8} = \frac{-5}{-8}$$

$$\frac{3}{-4} = \frac{-3}{4}$$

## Réduction au même dénominateur

Réduire 2 fractions au même dénominateur, c'est les transformer en 2 fractions équivalentes qui ont le même dénominateur.

En multipliant les 2 dénominateurs (ici 4 et 5), on obtient un dénominateur commun (20)

$$\frac{3}{4} \text{ et } \frac{2}{5}$$

$$\frac{3}{4} \text{ est équivalente à } \frac{15}{20}$$

$$\frac{2}{5} \text{ est équivalente à } \frac{8}{20}$$

## Addition et soustraction de fractions

On ne peut additionner (soustraire) 2 fractions que si elles ont le même dénominateur

### Marche à suivre

- 1) simplifier les fractions si c'est possible
- 2) transformer les fractions en fractions équivalentes de même dénominateur
- 3) additionner(soustraire) les numérateurs
- 4) recopier le dénominateur commun

### Exemples

$$\frac{2}{7} + \frac{3}{7} = \frac{5}{7}$$

les fractions sont irréductibles et ont le même dénominateur  
on additionne juste les numérateurs

$$\frac{1}{4} + \frac{4}{8} = \frac{1}{4} + \frac{2}{4} = \frac{3}{4}$$

la 2<sup>o</sup> fraction n'est pas irréductible  
il faut d'abord la simplifier

$$\frac{2}{7} + \frac{1}{4} = \frac{8}{28} + \frac{7}{28}$$

les fractions n'ont pas le même dénominateur  
il faut les transformer en fractions équivalentes de même dénominateur  
pour dénominateur commun, je choisis 28 (le produit de 4 par 7)

$$= \frac{15}{28} \quad \text{je peux maintenant additionner les fractions}$$

$$\frac{1}{3} + 2 = \frac{1}{3} + \frac{2}{1} = \frac{1}{3} + \frac{2 \cdot 3}{1 \cdot 3} = \frac{1}{3} + \frac{6}{3} = \frac{7}{3}$$

quand le numérateur est égal à 1, il ne s'écrit pas

$$\frac{-2}{-5} + \frac{1}{-3} = \frac{2}{5} + \frac{-1}{3}$$

on commence par rendre les dénominateurs positifs

$$= \frac{6}{15} + \frac{-5}{15}$$

on réduit les 2 fractions au même dénominateur

$$= \frac{1}{15}$$

on additionne les numérateurs

$$\frac{5}{8} - \frac{1}{8} = \frac{4}{8} \quad \text{on soustrait les numérateurs}$$

$$= \frac{1}{4} \quad \text{on simplifie en divisant les 2 termes par le PGCD}$$

$$\frac{5}{8} - \frac{1}{3} = \frac{5 \cdot 3}{8 \cdot 3} - \frac{1 \cdot 8}{3 \cdot 8} = \frac{15}{24} - \frac{8}{24} = \frac{7}{24}$$

on a transformé les fractions en fractions identiques de même dénominateur



## Multiplication de fractions

Pour multiplier deux fractions, on multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux, en pensant à simplifier dès que cela est possible.

$$\frac{5}{8} \cdot \frac{2}{3} = \frac{5 \cdot 2}{8 \cdot 3} = \frac{10}{24} = \frac{5}{12}$$

$$\frac{1}{3} \cdot 2 = \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{1} = \frac{1 \cdot 2}{3 \cdot 1} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{-2}{-5} \cdot \frac{1}{-3} = \frac{-2 \cdot 1}{-5 \cdot -3} = \frac{-2}{15}$$

## Division de fractions

Diviser par la fraction  $\frac{a}{b}$  revient à multiplier par la fraction inverse  $\frac{b}{a}$ .

$$\frac{5}{8} \div \frac{2}{3} = \frac{5}{8} \cdot \frac{3}{2} = \frac{5 \cdot 3}{8 \cdot 2} = \frac{15}{16}$$

$$\frac{1}{3} \div 2 = \frac{1}{3} \div \frac{2}{1} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1 \cdot 1}{3 \cdot 2} = \frac{1}{6}$$

$$\frac{-2}{-5} \div \frac{1}{-3} = \frac{-2}{-5} \cdot \frac{-3}{1} = \frac{-2 \cdot -3}{-5 \cdot 1} = \frac{-6}{-5} = \frac{6}{5}$$

## Exercices sur les fractions

### 11) Notion de fractions

$\frac{3}{5}$  des élèves d'une classe de 25 élèves ...

Un jour c'est  $\frac{1}{7}$  d'une semaine

4h c'est  $\frac{1}{6}$  d'une journée

5 mois, c'est  $\frac{5}{12}$  d'une année

### 12) Simplifier les fractions

Simplifier une fraction, c'est diviser ses 2 termes par un même nombre

$$\frac{7}{35} = \frac{12}{4} = \frac{20}{15} = \frac{8}{-56} = \frac{5000}{50} =$$

Exercice contraire : trouver une fraction équivalente en multipliant les 2 termes par un même nombre non nul

$$\frac{2}{5} = \frac{\quad}{\quad}$$

$$\frac{3}{8} = \frac{\quad}{\quad}$$

### 13) Quel est le plus petit dénominateur commun à ces fractions

$$\frac{12}{4} \text{ et } \frac{20}{15}$$

$$\frac{2}{9} \text{ et } \frac{4}{15}$$

### 14) Réduire les fractions au même dénominateur

$$\frac{3}{4} \text{ et } \frac{2}{3}$$

$$\frac{8}{9} \text{ et } \frac{4}{5}$$

$$\frac{1}{3} \text{ et } \frac{1}{2}$$

$$\frac{2}{14} \text{ et } \frac{2}{3}$$

$$\frac{2}{5} \text{ et } \frac{3}{10}$$

### 15) Additionner ou soustraire les fractions

$$\frac{4}{5} + \frac{2}{5} =$$

$$\frac{2}{9} + \frac{5}{9} =$$

$$\frac{8}{11} - \frac{2}{11} =$$

$$\frac{15}{17} - \frac{3}{17} =$$

$$\frac{7}{10} + \frac{3}{10} =$$

$$\frac{2}{7} + \frac{3}{4} =$$

$$\frac{1}{9} + \frac{1}{8} =$$

$$\frac{1}{4} - \frac{1}{7} =$$

$$\frac{5}{15} - \frac{1}{5} =$$

$$\frac{1}{5} + \frac{3}{10} =$$

### 16) Multiplier les fractions

Toujours penser à simplifier les fractions.

De plus, dans la multiplication des fractions, on peut simplifier un numérateur avec le dénominateur de l'autre fraction (simplification en croix)

$$\frac{2}{7} \cdot \frac{3}{5} =$$

$$\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} =$$

$$\frac{2}{8} \cdot \frac{1}{5} =$$

$$\frac{3}{4} \cdot \frac{4}{7} =$$

$$\frac{5}{6} \cdot \frac{4}{7} =$$

$$\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} =$$

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{2} =$$

$$\frac{4}{9} \cdot \frac{3}{8} =$$

$$\frac{3}{4} \cdot 2 =$$

$$\frac{12}{48} \cdot \frac{35}{7} =$$

### 17) Diviser les fractions

Pour diviser par une fraction, on multiplie par l'inverse de cette fraction.

Quelle est la fraction inverse des fractions suivantes ?

$$\frac{3}{4}$$

$$\frac{8}{5}$$

$$\frac{1}{3}$$

$$2$$

$$\frac{-5}{2}$$

Calculer

$$\frac{2}{7} : \frac{3}{5} =$$

$$\frac{-3}{4} : \frac{1}{2} =$$

$$\frac{2}{8} : \frac{1}{5} =$$

$$\frac{3}{4} : 4 =$$

$$\frac{5}{6} : \frac{4}{8} =$$

### 18) Effectuer en respectant l'ordre de priorité des opérations

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} =$$

$$\left(\frac{3}{5} + \frac{2}{3}\right) : \frac{1}{4} =$$

$$\left(\frac{7}{8} - \frac{3}{4}\right) \cdot \frac{2}{5} =$$

$$\left(\frac{1}{5} \cdot \frac{2}{3}\right) + \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{3}\right) =$$

$$4 + \frac{2}{5} : 3 =$$

# Puissances

## Propriétés des puissances

### Le produit de plusieurs puissances d'un même nombre

Le produit de plusieurs puissances d'un même nombre est une puissance de ce nombre dont l'exposant est la somme des exposants des facteurs

$$\begin{aligned} a^3 \cdot a \cdot a^2 &= (a \cdot a \cdot a) \cdot a \cdot (a \cdot a) \\ &= a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \\ &= a^6 \\ &= a^{3+1+2} \end{aligned}$$

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$$

### Le quotient de deux puissances d'un même nombre

Le quotient de deux puissances d'un même nombre est une puissance de ce nombre dont l'exposant est différence des exposants des facteurs

$$\begin{aligned} \frac{a^5}{a^2} &= \frac{a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a}{a \cdot a} \\ &= a \cdot a \cdot a \\ &= a^3 \\ &= a^{5-2} \end{aligned}$$

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$$

le c  $\frac{a^n}{a^m}$   $n < m$  est traité plus loin dans la chapitre des exposants négatifs.

## La puissance d'une puissance

Pour élever une puissance d'un nombre à une autre puissance, il suffit d'affecter ce nombre d'un exposant égal au produit des exposants.

$$\begin{aligned}(a^3)^2 &= (a \cdot a \cdot a) \cdot (a \cdot a \cdot a) \\ &= a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \\ &= a^6 \\ &= a^{3 \cdot 2}\end{aligned}$$

$$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$$

## La puissance d'un produit de facteurs

Pour élever un produit à une puissance, il suffit d'élever chaque facteur à cette puissance

$$\begin{aligned}(3 \cdot a \cdot b)^3 &= (3 \cdot a \cdot b) \cdot (3 \cdot a \cdot b) \cdot (3 \cdot a \cdot b) \\ &= 3 \cdot a \cdot b \cdot 3 \cdot a \cdot b \cdot 3 \cdot a \cdot b \\ &= 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot a \cdot a \cdot a \cdot b \cdot b \cdot b \\ &= 3^3 \cdot a^3 \cdot b^3\end{aligned}$$

$$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$$

## La puissance d'une fraction

Pour élever une fraction à une puissance, il suffit d'élever ses deux termes à cette puissance

$$\begin{aligned}\left(\frac{a}{b}\right)^3 &= \left(\frac{a}{b}\right) \cdot \left(\frac{a}{b}\right) \cdot \left(\frac{a}{b}\right) \\ &= \frac{a}{b} \cdot \frac{a}{b} \cdot \frac{a}{b} \\ &= \frac{a \cdot a \cdot a}{b \cdot b \cdot b} \\ &= \frac{a^3}{b^3}\end{aligned}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

## Exposant 0

on sait que  $a^n : a^m = a^{n-m}$

**cas particulier  $m=n$**

$$a^5 : a^5 = 1 \quad \text{et} \quad a^5 : a^5 = a^{5-5} = a^0$$

$$a^n : a^n = 1 \quad \text{et} \quad a^n : a^n = a^{n-n} = a^0$$

voilà pourquoi on convient d'écrire  $a^0 = 1$

Tout nombre avec l'exposant 0 vaut 1

$$3^0=1 \quad 5^0=1 \quad 12^0=1$$

## Exposant négatif

on sait que  $a^n : a^m = a^{n-m}$

**cas particulier**

$$\frac{a^2}{a^3} = \frac{a \cdot a}{a \cdot a \cdot a} = \frac{1}{a} \quad \text{et} \quad a^2 : a^3 = a^{2-3} = a^{-1}$$

voilà pourquoi on convient d'écrire  $a^{-1} = \frac{1}{a}$

$$\frac{a^2}{a^5} = \frac{a \cdot a}{a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a} = \frac{1}{a^3} \quad \text{et} \quad a^2 : a^5 = a^{2-5} = a^{-3}$$

voilà pourquoi on convient d'écrire  $a^{-3} = \frac{1}{a^3}$

voilà pourquoi on convient d'écrire  $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

pour une fraction  $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$

**Exposant rationnel**

Le nombre  $a$  exposant  $\frac{1}{2}$  est défini comme étant la racine carrée de  $a$   $a^{1/2}$

$$= \sqrt[2]{a}$$

C'est-à-dire le nombre qui élevé au carré donne  $a$

Le nombre  $a$  exposant  $\frac{1}{3}$  est défini comme étant la racine cubique de  $a$   $a^{1/3} =$

$$\sqrt[3]{a}$$

C'est-à-dire le nombre qui élevé au cube donne  $a$

Le nombre  $a$  exposant  $\frac{1}{n}$  est défini comme étant la racine  $n$ ème de  $a$   $a^{1/n} =$

$$\sqrt[n]{a}$$

C'est-à-dire le nombre qui élevé à la  $n^{\circ}$  puissance donne  $a$

**Extension de la notion d'exposant**

Le nombre  $a$  exposant  $\frac{3}{4}$  est défini comme ceci  $a^{3/4} = \sqrt[4]{a^3}$

Le nombre  $a$  exposant  $\frac{5}{2}$  est défini comme ceci  $a^{5/2} = \sqrt{a^5}$

**Propriétés**

Les exposant rationnels ont les mêmes propriétés que les exposants naturels

Et donc quand nous avons à calculer  $a^{3/4}$ , nous pouvons le calculer de 2 manières

$$a^{n/m} = (a^{1/m})^n \quad \text{ou} \quad a^{n/m} = (a^n)^{1/m}$$

Exemple

$$4^{3/2} = (4^{1/2})^3 = 2^3 = 8$$

$$4^{3/2} = (4^3)^{1/2} = 64^{1/2} = 8$$

## Résumé des formules de puissances

$a^n$  est une **puissance** de  $a$   
 $a^n = a \cdot a \cdot a \dots a$  produit de  $n$   
facteurs  $a$   
 $a$  est la **base**,  $n$  est **l'exposant**

Une puissance de 10 = 1 suivi de autant de zéros que l'indique l'exposant

Une puissance de 1 = 1

Tout nombre exposant 0 = 1

Toute puissance d'un nombre positif est un nombre positif.

Une puissance d'un nombre négatif est positive si l'exposant est pair, négative si l'exposant est impair.

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$$

$$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

$$a^{-1} = \frac{1}{a}$$

$$a^{1/n} = \sqrt[n]{a}$$

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$$

$$a^m \cdot b^n = a^m \cdot b^n$$

$$a^0 = 1$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n = \frac{b^n}{a^n}$$

**Exercices sur les exposants****19) Effectuer**

$3^{-1} =$

$5^{-2} =$

$4^{-3} =$

$\left(\frac{1}{12}\right)^{-1}$

$\left(\frac{3}{4}\right)^{-2}$

$10^{-3}$

$10^{-5} =$

$(0,01)^{-2} =$

$\left(\frac{2}{3}\right)^{-3} =$

$1,5^{-2} =$

**20) Effectuer**

$25^{\frac{1}{2}} =$

$27^{\frac{1}{3}} =$

$16^{\frac{1}{4}} =$

$4^{\frac{3}{2}} =$

$81^{\frac{3}{4}} =$

$(-8)^{\frac{1}{3}} =$

$\left(\frac{9}{16}\right)^{-\frac{1}{2}} =$

$1^{\frac{3}{5}} =$

$10000^{\frac{7}{2}} =$

$(10^{-6})^{\frac{1}{2}} =$

## Règle de 3 - partages proportionnels - pourcentages

### Règle de trois : exemples résolus

1. Un navire n'a plus que pour 18 jours de vivres, et la ration de chaque homme est de 1 845 g par jour. A combien devra être réduite cette ration si le navire est obligé de tenir la mer 30 jours ?

Solution

**Durée**    **Ration**

18 jours    1845 gr

:18 \* 30    \*18 :30

30 jours    1107 gr

2. Huit lampes allumées durant 5 heures par jour pendant 25 jours ont consommé 125 litres de pétrole. Combien faudrait-il de litres de pétrole pour entretenir 6 lampes semblables pendant 74 jours à raison de 4 heures par jour ?

Solution :

<b><u>Lampes</u></b>	<b><u>Durée</u></b>	<b><u>Heures</u></b>	<b><u>Pétrole</u></b>
8	25 jours	5 heures	125 litres
:8 *6	:25 *74	:5 *4	:8 *6 :25 *74 :5 *4
6	74 jours	4 heures	<span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">222 litres</span>

### Partages proportionnels : exemples résolus

1. Un patron souhaite partager une prime de 1200 euros entre 3 employés qui prestent respectivement par semaine un mi-temps, un quart-temps et un trois-quatre temps. Combien chacun recevra-t-il ?

Solution

$\frac{1}{2}$  de x +  $\frac{1}{4}$  de x +  $\frac{3}{4}$  de x = 800 donc  $\frac{3}{2}$  de x = 800 et les parts respectives seront de :

$\frac{1}{2}$  temps : 800 : 2 = 400€ –  $\frac{1}{4}$  temps : 800 : 4 = 200 € –  $\frac{3}{4}$  temps : 800 x  $\frac{3}{4}$  = 600 €

Vérification : 400 + 200 + 600 = 1200

2. Trois marchands de chevaux ont loué une écurie pour 11 130 €. Le premier y a abrité 35 chevaux, le second 45 et le troisième 60. Quelle part du loyer chacun doit-il payer ?

Solution

$$35 + 45 + 60 = 140 \text{ chevaux}$$

$$11\,130 : 140 = 79,5 \text{ €}$$

$$\text{M1} \quad 35 \times 79,5 = \boxed{2782,5 \text{ €}}$$

$$\text{M2} \quad 45 \times 79,5 = \boxed{3\,577,5 \text{ €}}$$

$$\text{M3} \quad 60 \times 79,5 = \boxed{4\,770 \text{ €}}$$

$$\text{Vérification} \quad 2782,5 + 3\,577,5 + 4\,770 = 11\,130$$

**Pourcentages : exemples résolus**

1. Un séjour au soleil coûte 750 €. Les enfants bénéficient de 40% de réduction et les ados de 15%. Combien reviendra le séjour d'une famille de 2 adultes, un enfant de 7 ans et d'un ado de 14 ans ?  
 $2 \times 750 + 750 \times 0,60 + 750 \times 0,85 = \boxed{2\,587,5 \text{ €}}$
2. Ma note de téléphone s'élève à 532,4, TVA de 21% comprise. Quel est le montant hors TVA ?  
 $\text{Htva} = 532,4 : 1,21 = \boxed{440 \text{ €}}$

**Exercices sur la règle de 3 – partages proportionnels et pourcentages****21) Règle de trois**

- La livre de cerises coûte 3,5 €. Combien faudra-t-il payer pour 1,750 Kg ?
- Quatre ouvriers ont mis 30 jours pour terminer un travail. Calcule le temps mis par 3 ouvriers pour faire le même travail, dans les mêmes conditions.
- En 16 jours, 12 maçons construisent un mur de 500 m de longueur. Quel temps faudra-t-il à 6 maçons pour réaliser dans les mêmes conditions un mur de 400 m ?
- On a payé 9 euros pour un rôti de 750 grammes. Combien faudrait-il payer pour un rôti de 1,3 kg ?
- Quatre ouvriers ont mis 15 jours pour terminer un travail. Calcule le temps mis par 6 ouvriers pour faire le même travail, dans les mêmes conditions.

**22) Partages proportionnels**

- Un père de famille souhaite partager 6000 € entre ses trois enfants proportionnellement à leur âge de 18 ans, 12 ans et 10 ans. Combien chacun recevra-t-il ?
- Une firme publicitaire distribue 250 000 ballons à ses 4 magasins, proportionnellement à leurs chiffres d'affaire qui est respectivement de 32000, 24000, 16000 et 28000. Combien y aura-t-il de ballons dans chaque magasin ?
- Un père de famille souhaite partager 5000 € entre ses quatre enfants. Il désire que chacun ait la même somme. Combien chacun recevra-t-il ?
- Il désire maintenant partager cette somme proportionnellement à leur âge de 32 ans, 28 ans, 25 ans et 15 ans. Combien chacun recevra-t-il ?

5. Un hôtelier décide de partager une prime de 3780 € entre ses trois employés proportionnellement à leur ancienneté, de 3 ans et 4 mois pour le premier, 2 ans et 2 mois pour le second et 1 an et 6 mois pour le troisième.  
Combien chacun recevra-t-il ?

### **23) Pourcentages**

1. Une voiture coûte 26015 € TVA comprise.  
Quel est son prix hors TVA, sachant que le taux de TVA est de 21% pour les voitures ?
2. Sur l'étiquette d'un pull pesant 530 g, il est indiqué  
32% laine – 60% acrylique – 8% Polyamide  
Calculez les quantités nécessaires de matières pour réaliser 240 pulls de la même taille.
3. A quel prix va-t-on vendre un produit cuisiné de 49 € si le bénéfice voulu est de 35% ?
4. J'achète en soldes –30% un pantalon de 69 €  
Que vais-je payer ?
5. Un ordinateur de 9850 euros est soldé à 9259 euros.  
Quel est le pourcentage de réduction ?

# Expressions littérales

## Expressions littérales

En mathématiques, on utilise des lettres pour représenter un nombre variable, qui peut prendre n'importe quelle valeur

$2 \cdot x$  représente le double de  $x$ , quelle que soit la valeur attribuée au nombre  $x$

$a + 4$  représente la valeur de  $a$  augmentée de 4

$b^2$  représente le carré de  $b$ , quelle que soit la valeur attribuée à  $b$

Les lettres sont appelées les **variables**

On appellera  $x, y, z \dots$  les variables inconnues

et  $a, b, c \dots$  les variables connues

Les nombres sont appelés les **constantes**

## Valeur d'une expression littérale

Pour calculer la valeur d'une expression, on remplace  $x$  par sa valeur

La valeur de l'expression  $2 \cdot x$  pour  $x = 3$  est  $2 \cdot 3 = 6$

La valeur de l'expression  $2 \cdot x$  pour  $x = -4$  est  $2 \cdot (-4) = -8$

## Simplification de l'écriture dans un produit (multiplication)

L'opérateur  $\cdot$  de la multiplication n'est plus écrit entre 2 lettres ou entre une lettre et une constante. Les constantes seront reprises en début d'expression.

On écrira

$3x$  pour  $3 \cdot x$

$ab$  pour  $a \cdot b$

$2aby$  pour  $a \cdot y \cdot 2 \cdot b$

Exemples de formules scientifiques

$$E = mc^2$$

$$U = ri$$

## Opérations sur les expressions littérales

On ne peut additionner (ou soustraire) que des expressions ou les lettres sont les mêmes.

Dans ce cas, on additionne les constantes.

$$2x + 3x = 5x$$

$$7a - 4a = 3a$$

$$3xy + 9xy = 12xy$$

$$6a + 2b = \text{on ne peut additionner}$$

Pour multiplier (ou diviser) des expressions littérales, on multiplie les constantes et on écrit toutes les lettres.

$$2x \cdot 3a = 6xa = 6ax$$

on écrit souvent les lettres dans l'ordre alphabétique

$$5a \cdot 3c \cdot (-2b) = -30 abc$$

$$2y \cdot 5y = 10 yy = 10 y^2$$

$$16x : 2y = 8$$

Il ne faut pas oublier les règles de priorité

$$2x + 4x \cdot 3y + 5y = 2x + 12 xy + 5y$$

on a effectué en premier la multiplication

### Exercice sur les expressions littérales

**24) Calculer la valeur des expressions algébriques suivantes pour  $a = 3$ ,  $b = -2$ ,  $c = 4$  et  $x = 5$**

$$a + b + c =$$

$$a \cdot c =$$

$$2x + 4 =$$

$$3ax - 5 =$$

**25) Effectuer les opérations suivantes**

$$5x + 7x + 2x =$$

$$3a - 5a =$$

$$2x + y =$$

$$3x \cdot 2a =$$

$$4a \cdot 2b \cdot ac =$$

$$2a + 7a \cdot 3x =$$

# Equations du 1<sup>er</sup> degré

## Exemple

La somme des âges de trois personnes est 82 ans.

La deuxième a le double de l'âge de la première et la troisième a 7 ans de plus que la deuxième.

Trouver l'âge de chaque personne.

On va utiliser des expressions littérales pour résoudre le problème.

Désignons par  $x$  l'âge de la première personne.

L'âge de la deuxième sera  $2x$  et celui de la troisième  $2x+7$ .

La somme des trois âges est 82. On peut donc écrire :

$$x + 2x + 2x+7 = 82 \text{ ou } 5x+7 = 82$$

Ces 2 nombres étant égaux, si on retranche 7 de chacun d'eux, on obtiendra des nombres égaux. On a donc :

$$5x = 75 \text{ ou } x=15$$

Ainsi la première personne a 15 ans, la seconde 30 ans et la troisième 37 ans.

## Egalité

$$3 \cdot 4 = 12$$

$$7 \cdot 5 - 10 = 50 : 2$$

ces deux expressions sont des **égalités**

on appelle **premier membre de l'égalité** tout ce qui est écrit avant le signe =

on appelle **deuxième membre de l'égalité** tout ce qui est écrit après le signe =

## Equation

Une **équation** est une égalité qui n'est vérifiée que par certaines valeurs particulières attribuées aux lettres qu'elle renferme ; ces lettres sont les **inconnues**.

Voici une équation  $4x + 3 = 15$ .

C'est une égalité avec une inconnue  $x$ .

Résoudre l'équation, c'est trouver la valeur numérique de l'inconnue pour laquelle cette égalité est vérifiée.

On appelle **solution** d'une équation un nombre qui, mis à la place de l'inconnue, fait prendre aux deux membres de l'égalité des valeurs égales.

**Résoudre une équation**, c'est chercher ses solutions.

L'équation  $5x+7=82$  est une équation à une inconnue qui admet 15 comme solution. C'est une **équation du 1<sup>er</sup> degré** car l'inconnue  $x$  est de puissance 1 ( $x^1 = x$ ). On pourra plus tard apprendre à résoudre des équations où l'inconnue  $x$  est portée à la puissance 2 (par exemple  $x^2 + 2x + 1=0$ ), puissance 3 (par exemple  $x^3 - 8=0$ ) etc ...

## Equations singulières

$$\text{L'équation } 3(2x - 3) - 2(3x - 1) = 6 \equiv 0x - 7 = 6 \equiv 0x = 13$$

L'équation n'admet aucune solution. L'équation est **impossible**.

$$\text{L'équation } 3(2x - 3) - 2(3x - 1) + 7 = 0 \equiv 0x = 0$$

L'équation admet une infinité de solutions. L'équation est **indéterminée**.

## Pour résoudre une équation du 1<sup>er</sup> degré

- On groupe tous les termes en x dans le premier membre de l'égalité et toutes les constantes (les nombres) dans le deuxième membre, **sans oublier que tout ce qui change de membre change aussi de signe**
- On effectue chaque membre
- On divise le deuxième membre par le coefficient de x

## Pour vérifier la solution d'une équation du 1<sup>er</sup> degré

- On calcule la valeur numérique du premier membre en remplaçant x par la valeur trouvée
- On fait la même chose pour le deuxième membre de l'égalité
- Les deux résultats trouvés doivent être égaux (s'ils ne le sont pas, c'est que la solution trouvée est fautive, il faut recommencer...)

## Equations fractionnaires

- On cherche le dénominateur commun aux deux membres.
- On réduit tous les termes sans exception au même dénominateur.
- Après addition des fractions dans chaque membre, on obtient quelque chose qui ressemble à :

$$\frac{ax + b}{D} = \frac{cx + d}{D}$$

- et on a le droit à ce stade de supprimer le dénominateur commun pour obtenir une équation sans fraction formée de termes dissociés:

$$ax + b = cx + d.$$

**EXEMPLE :**

$$\frac{2x}{4} + 5 = \frac{3x + 2}{5} + \frac{7}{2}$$

**D** le dénominateur commun est 20.

$$\frac{2x \cdot 5}{4 \cdot 5} + \frac{5 \cdot 20}{20} = \frac{(3x + 2) \cdot 4}{5 \cdot 4} + \frac{7 \cdot 10}{2 \cdot 10}$$

soit

$$\frac{10x + 100}{20} = \frac{12x + 8 + 70}{20}$$

qui devient

$$10x + 100 = 12x + 78 \text{ (forme normale)}$$

Et on résout comme d'habitude :

$$10x - 12x = 78 - 100$$

$$-2x = -22$$

$$x = \frac{-22}{-2} = +11$$

## Graphique d'une fonction du 1<sup>er</sup> degré (droite)

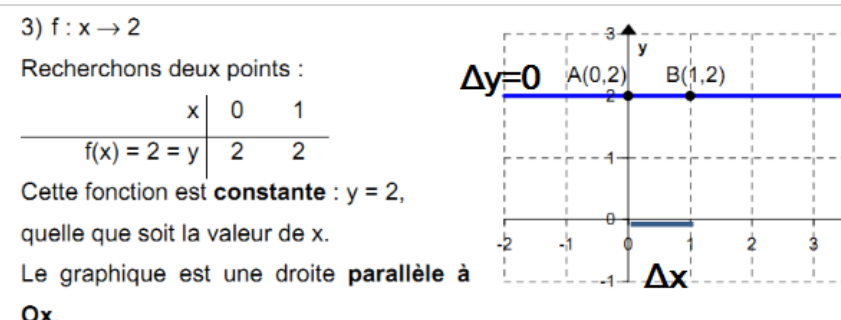
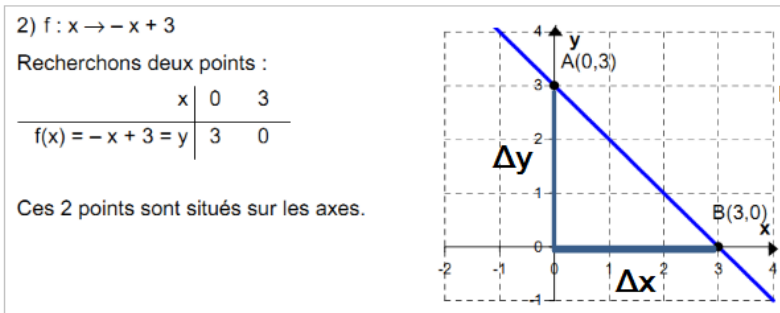
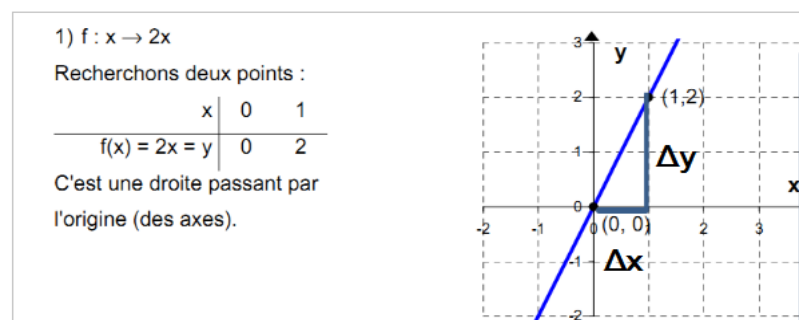
Considérons un petit exemple.

Soit l'ensemble des points  $(x,y)$  où  $y$  est fonction de  $x$  par la relation  $y = f(x) = -x + 3$ .

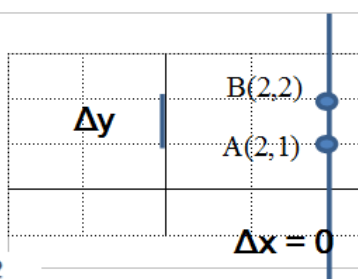
Si on place quelques coordonnées  $(x,y)$  dans un repère cartésien lorsqu'on fait varier  $x$ , on s'aperçoit que l'ensemble de ces points est une droite (par exemple : si  $x = 1$  alors  $y = 2$ , on place dans un repère cartésien le point de coordonnées  $(1,2)$ , si  $x = 0$  alors  $y = 3$ , on place dans un repère cartésien le point de coordonnées  $(0,3)$  etc).

Cette droite est appelée graphique ou graphe de la fonction  $f(x) = -x + 3$ .

Les fonctions de  $x$  où  $x$  est mis à la puissance 1 ( $x^1 = x$ ) sont appelées des fonctions du 1<sup>er</sup> degré. Voici quelques exemples pour illustrer.



- 4) Par extension, si on représente l'ensemble des points du plan  $(x,y)$  tels que  $x=c$  où  $c$  est une constante, il s'agit aussi d'une droite mais dont la pente n'est pas définie (on ne peut pas écrire l'équation de cette droite sous la forme  $y = ax + b$ )
- $\{(x,y) \mid x=2\}$  est une droite
- |     |   |   |
|-----|---|---|
| $x$ | 2 | 2 |
| $y$ | 1 | 2 |



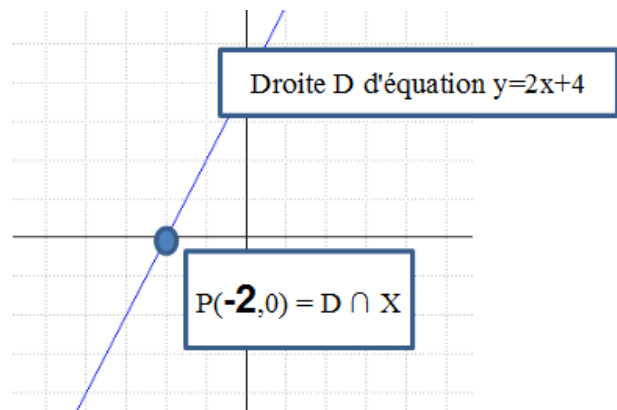
## Résolution graphique d'équations du 1<sup>er</sup> degré

Soit équation du premier degré  $2x + 4 = 0$

Sol =  $\{-2\}$  si on la cherche algébriquement.

On peut représenter cela **graphiquement**

Les couples de points du plan de coordonnées  $(x,y)$  tels que  $y=2x+4$  représentent une droite D d'équation  $y=2x+4$  et le point  $P(-2,0)$  est l'intersection de la droite D avec l'axe des X.



## Système d'équation du 1<sup>er</sup> degré à plusieurs inconnues

On résout algébriquement un système d'équations du 1<sup>er</sup> degré (linéaires) en les combinant linéairement entre elles. Comment faire graphiquement ?

Le système de deux équations peut être représenté par deux droites.

Le **point d'intersection éventuel** de ces deux droites a une coordonnée qui vérifie à la fois chacune des deux équations : cette coordonnée est donc la **solution** du système donné.

### Exemple

Soit le système d'équations  $\begin{cases} y = -2x + 5 & (1) \\ y = 3x - 5 & (2) \end{cases}$

Résolvons ce système algébriquement :

$$\begin{cases} y = -2x + 5 & (1) \\ y = 3x - 5 & (2) \end{cases}$$

$$(1) - (2) \Rightarrow 0 = -5x + 10 \Rightarrow x = 2$$

$$\text{Remplaçons dans (1)} \Rightarrow y = -4 + 5 \Rightarrow y = 1$$

A. Représentons graphiquement ces deux équations :

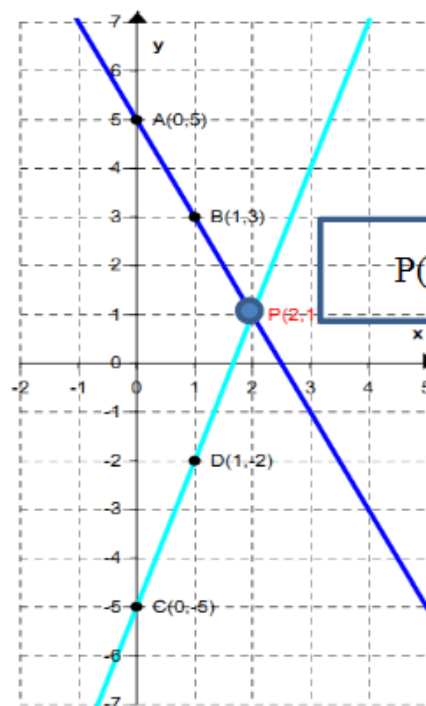
Deux points de (1) :

x	0	1
y	5	3

Deux points de (2) :

x	0	1
y	-5	-2

Vous constatez que ces deux droites se coupent au point  $P(2, 1)$ .



## Exercices sur les équations

### 26) Résoudre les équations suivantes et vérifier

$$5x = 15$$

$$7x = -49$$

$$5 + x = 12$$

$$x - 9 = -15$$

$$5x + 4 = 19$$

$$8x - 12 = -52$$

$$7x + 12 = 5x + 24$$

$$4x - 8 = 2x - 16$$

$$4x + 12 = 2x + 36$$

$$-5 = 2x - 15$$

### 27) Résoudre les équations fractionnaires

$$1^{\circ} \frac{x}{2} + \frac{x}{3} = 10$$

$$2^{\circ} x + \frac{x}{2} + \frac{x}{3} = 11$$

$$3^{\circ} 36 - \frac{4x}{9} = 8$$

$$4^{\circ} \frac{x}{2} - 2 - \frac{x}{4} + \frac{x}{5} = 1$$

$$5^{\circ} \frac{7x}{8} - 5 = \frac{9x}{10} - 8$$

### 28) Résoudre les équations présentées sous forme de problèmes – 1<sup>ère</sup> série

- Partager 12 000 euros entre Pierre et Marie de façon que Pierre reçoive le triple de ce qu'aura Marie.
- Partager 20 000 tonnes de blé entre Jean et Louis de façon que Jean ait 2000 tonnes de moins que Louis.
- Partager 170 000 euros entre A, B et C de façon que A ait 20 000 euros de plus que B et que C ait 30 000 euros de plus que B.
- Partager 150 000 euros entre A, B et C de façon que A ait 5000 euros de plus que B et que C ait le double de B.
- Un père et ses deux enfants ont ensemble 52 ans.  
L'aîné a 3 ans de plus que le cadet et le père a 5 fois l'âge du cadet.  
Quel âge ont-ils chacun ?
- Une maman et ses deux filles ont ensemble 62 ans.  
L'aînée a 3 ans de plus que la cadette et la maman a 3 fois l'âge de l'aînée.  
Quel âge ont-elles chacune ?
- Bruno reçoit une certaine somme. Magali reçoit 500 euros de plus que lui et Mathieu reçoit le double de ce qu'a Magali. Ensemble, ils ont 4 300 euros.  
Combien ont-ils chacun ?

- h) Partager 2400 ha en trois parties A, B et C.  
On plante du maïs en A, du blé en B qui mesure 20 ha de plus que A, des betteraves en C qui mesure le double de B.  
quelle superficie est réservée à chaque type de culture ?

**29) Résoudre les équations présentées sous forme de problèmes – 2<sup>ème</sup> série**

- a) J'ai dépensé le tiers, puis le cinquième de mon argent, et il me reste encore 14 F. Combien avais-je ?
- b) Partager le nombre 200 en deux parties telles qu'en divisant la première par 16 et la deuxième par 10, la différence des quotients soit 6.
- c) On multiplie un nombre par 5, on retranche 24 du produit, on divise le reste par 6, on ajoute 13 au quotient et on retrouve le nombre. Quel est ce nombre ?
- d) Une personne échange des pièces de deux euros contre des billets de cinq euros. Elle trouve qu'elle a 102 billets de moins. Quelle somme possède-t-elle ?
- e) Un père a 43 ans et son fils en a 13.  
Quand l'âge du père était-il le quadruple de celui de son fils ?
- f) Un père a 38 ans ; ses enfants sont âgés de 12 et 8 ans.  
Dans combien d'années l'âge du père égalera-t-il la somme des âges de ses enfants ?

## 30) Droites – systèmes d'équations

a)

380. Pour chacune des droites données par les équations ci-dessous,

a) dessine la droite dans  $\Pi_{011}$ ;

b) détermine l'abscisse du point d'intersection de cette droite avec l'axe X;

c) écris une équation dont cette abscisse est solution.

1)  $y = 2x + 6$

4)  $y + 5 = x$

7)  $y = 7x$

2)  $y = 4 - x$

5)  $y + 3x + 3 = 0$

8)  $2x + 5 = 0$

3)  $y = 2x - 3$

6)  $2y + 5x - 5 = 0$

9)  $x = y - 1$

b)

421. On donne: • le point  $a(2, 7)$ 

• les droites  $D_1 \equiv x - 2y - 8 = 0$

$D_2 \equiv 3x + y - 3 = 0$

$D_3 \equiv x + 2y - 4 = 0$

$D_4 \equiv 3x - 2y + 12 = 0$

• les points  $\{b\} = D_1 \cap D_2$  ;  $\{c\} = D_3 \cap D_4$

1) Calcule la coordonnée de  $b$  et de  $c$  et fais la vérification graphique.

c)

422. On donne:

$D_1 \equiv 4x - y - 8 = 0$

$D_2 \equiv 4x + 3y - 24 = 0$

$D_3 \equiv x - y + 4 = 0$

$D_4 \equiv 2x + y + 5 = 0$

$D_5 \equiv x + y - 2 = 0$

$D_6 \equiv 2x + y - 5 = 0$

$\{a\} = D_1 \cap D_2$

et  $\{b\} = D_3 \cap D_4$

$\{c\} = D_5 \cap D_6$

a) Calcule la coordonnée de  $a$ , de  $b$ , de  $c$ ;

b) Fais la vérification graphique;

# Inéquations

## Définition

Une inéquation est une inégalité qui contient une ou plusieurs inconnues. La solution d'une inéquation est l'ensemble des valeurs des inconnues pour lesquelles l'inégalité est vérifiée.

Exemple :

$3x - 7 < 6x + 2$  est une inéquation

## Règle pratique de résolution

- Une inégalité **ne change pas de sens** si :
  - on ajoute ou on soustrait un même nombre aux deux membres,
  - on multiplie ou on divise les deux membres par un même nombre **positif**.
- Une inégalité **change de sens** si :
  - on multiplie ou on divise les deux membres par un même nombre **négatif**.

Exemple

Réolvons l'inéquation  $3x - 7 < 6x + 2$

$3x - 7 < 6x + 2$  donc  $3x - 6x < 2 + 7$  (on ajoute 7 de chaque côté SANS changer de signe)

$$-3x < 9$$

$$-3x \cdot \frac{1}{-3} > 9 \cdot \frac{1}{-3}$$

$$x > -3$$

et on ajoute 6x de chaque côté SANS changer de signe

(on effectue de chaque côté)

(on multiplie par  $\frac{1}{-3}$  pour isoler x MAIS cela CHANGE le signe puisque  $\frac{1}{-3}$  est négatif

L'ensemble de solutions de l'inéquation est donc l'ensemble des nombres réels strictement supérieurs à -3.

## Exercices sur les inéquations

### 31) Résoudre les inéquations suivantes :

1°  $7x - 6 > 5 + 6x$

2°  $12 - 5x > x - 60$

3°  $\frac{x}{3} + \frac{x}{2} > \frac{x}{4} + \frac{1}{2}$

4°  $\frac{x}{2} + 4 > \frac{2x}{3} - \frac{x}{8}$

5°  $4(5 + x) > 5(x + 3)$

6°  $3 - 4(5 - x) < 2x + 5$

7°  $\frac{3x - 1}{5} - \frac{13}{2} > \frac{7x}{3} - \frac{11(x + 3)}{6}$

8°  $\frac{2x}{5} - \frac{2x - 17}{3} < 10 - \frac{2x - 6}{2}$

## Distributivité – mise en évidence – produits remarquables

### Distributivité

Pour multiplier une somme par un nombre, il suffit de multiplier chaque terme par ce nombre et de faire la somme des résultats (distributivité de la multiplication par rapport à l'addition).

$$m \cdot (a + b) = m \cdot a + m \cdot b$$

$$(a + b + c) \cdot m = a \cdot m + b \cdot m + c \cdot m$$

Pour multiplier une différence par un nombre, il suffit de multiplier chaque terme par ce nombre et de faire la différence des résultats (distributivité de la multiplication par rapport à la soustraction).

$$m \cdot (a - b) = m \cdot a - m \cdot b$$

$$(a - b - c) \cdot m = a \cdot m - b \cdot m - c \cdot m$$

### Mise en évidence

Mise en évidence d'un facteur commun

$$ma + mb = m \cdot (a + b)$$

$$am + bm + cm = (a + b + c) \cdot m$$

on a remplacé une somme par un produit (factorisation)

$$ma - mb = m \cdot (a - b)$$

$$am - bm - cm = (a - b - c) \cdot m$$

on a remplacé une différence par un produit (factorisation)

### Double distributivité

Pour multiplier une somme par une somme, il suffit de multiplier chaque terme de la somme par chaque terme de la deuxième somme et de faire la somme des résultats.

$$(a + b) \cdot (m + n) = a \cdot m + a \cdot n + b \cdot m + b \cdot n$$

### Produits remarquables

<b>Carré d'une somme</b>	$(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$
<b>Carré d'une différence</b>	$(a - b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$
<b>Différence de 2 carrés</b>	$a^2 - b^2 = (a + b) \cdot (a - b)$
<b>Cube d'une somme</b>	$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$
<b>Cube d'une différence</b>	$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

**Exercices****32) Distribuer**

$$2(4x + 3) =$$

$$3x(a + 2b) =$$

$$5a(7x - 2y + 3) =$$

$$5 + (3x - 2) \cdot 3 =$$

$$12x - (5x - 1) \cdot 2 + 3x - 5 =$$

**33) Mettre en évidence**

$$4x + 16y =$$

$$25ab - 10a =$$

$$7x + 3x^2 =$$

$$4xy + 3ay - 2y =$$

$$3(x+a) - 2(x+a) =$$

**34) Développer ou calculer en utilisant les formules de produits remarquables**

$$(a + 1)^2 =$$

$$(x + 2)^3 =$$

$$(12 - 2x)^2 =$$

$$101^2 =$$

$$(2ax^2 + 3x)^2 =$$

$$999^2 =$$

$$x^2 - 16 =$$

$$77^2 - 37^2 =$$

$$4x^2 - 9 =$$

$$(3x - 7)^2 =$$

# Correction des exercices d'algèbre

## 1) Ecrire sous forme décimale

$$\frac{12}{100} = 0,12$$

$$\frac{-3}{4} = -0,75$$

$$\frac{152}{10} = 15,2$$

$$\frac{46}{2} = 23$$

$$\frac{4}{3} = 1,333\dots$$

$$\frac{7}{91} = 0,076923076923\dots$$

$$\frac{-1000}{25} = -40$$

$$\frac{7}{11} = 0,6363\dots$$

## 2) Ecrire sous forme fractionnaire

$$3,75 = \frac{375}{100}$$

$$2 = \frac{2}{1}$$

$$-0,05 = \frac{-5}{100}$$

$$12,007 = \frac{12\,007}{1000}$$

$$0,100 = \frac{100}{1000}$$

## 3) Ecrire la relation d'ordre

$$3 < 9$$

$$12 < 23$$

$$75 > 57$$

$$-3 > -9$$

$$-15 < -5$$

$$-18 > -81$$

$$-3 < 9$$

$$75 > -75$$

$$-5 < 12$$

$$0,3 < 7,2$$

$$43 > 4,3$$

$$0 < 9$$

$$0,304 < 0,340$$

$$0,43 = 0,430$$

$$-0,089 > -0,0989$$

$$5,05 > \frac{505}{1000}$$

$$0,43 = \frac{43}{100}$$

$$\frac{-3}{4} < -0,7499$$

## 4) Compléter le tableau

Nombre	Opposé du nombre	Inverse du nombre
5	-5	1/5
-3	3	-1/3
1,5	-1,5	2/3 ou 0,666...
-2,6	2,6	-10/26 ou -5/13
$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{-3}$	3
$-\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	-4

## 5) Effectuer (après avoir supprimé les éventuels opposés)

$$-4 + 7 = 3$$

$$3 - 8 = -5$$

$$5 - 1,5 = 3,5$$

$$-2 + 0,8 = -1,2$$

$$48 - 50 = -2$$

$$-124 + 81 = -43$$

$$-68 - 12 = -80$$

$$425 - 575 = -150$$

$$5 + 2 - 10 - 9 - 5 = -17$$

$$42 + 2 + 10 - 32 = 22$$

$$2,5 - 12 + 13 + 12 - 4,5 = 11$$

$$70 - 60 + 30,8 - 10,2 = 30,6$$

$$127 - 82 + 12 - 37 + 30,5 = 50,5$$

$$3200 - 1700 - 1500 = 0$$

$$-44 - 28 + 35 + 28 = -9$$

$$-200 + 30 + 74 - 24 = -120$$

## 6) Déterminer les produits suivants (en respectant la règle des signes)

$$-180$$

$$-510$$

$$60$$

$$6$$

$$300$$

$$528$$

$$-400$$

$$-200$$

$$456$$

$$666$$

$$-120$$

$$2,4$$

$$3500$$

$$960$$

$$-60$$

$$-72$$

-235

-296

7

-6

**7) Compléter le tableau**

$3^2 = 9$

$7^2 = 49$

$2^5 = 32$

$3^4 = 81$

$5^3 = 125$

$1^7 = 1$

$1^{12} = 1$

$0^3 = 0$

$0^6 = 0$

$8^1 = 8$

$10^2 = 100$

$10^3 = 1000$

$10^4 = 10\,000$

$10^5 = 100\,000$

$10^6 = 1\,000\,000$

$(-2)^3 = -8$

$(-2)^4 = 16$

$(-3)^2 = 9$

$(-1)^5 = -1$

$(-1)^8 = 1$

**8) Ecrire sous forme de puissance**

$2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^3$

$aa = a^2$

$3bbb = 3b^3$

$2aa \cdot 3 bbbbbb = 6 a^2b^5$

$3ab \cdot 3abc = 3^2 a^2b^2c$

**9) Extraire la racine carrée**

$\sqrt{16} = 4$

$\sqrt{10\,000} = 100$

$\sqrt{0,64} = 0,8$

$\sqrt{25} = 5$

$-\sqrt{9} = -3$

$\sqrt{2\,500} = 50$

$\sqrt{49} = 7$

$\sqrt{144} = 12$

$\sqrt{0,0121} = 0,11$

$\sqrt{-36} = \text{impossible}$

$\sqrt{-1} = \text{impossible}$

$\sqrt{360\,000} = 600$

$\sqrt{121} = 11$

$\sqrt{169} = 13$

$\sqrt{1,44} = 1,2$

**10) Effectuer en respectant la priorité des opérations**

$3 + 45 \cdot 12 = 543$

$(65 - 12) \cdot 3 - 4 = 155$

$$\frac{3 + 9}{25 - 12 \cdot 2 + 3} = 3$$

$(18 \cdot 2 - 2 \cdot 15) \cdot 3 - 3 \cdot (21 - 4^2) = 3$

$(17 + 5) \cdot 4 + 8 = 96$

$(17 + 5) \cdot (4 + 8) = 264$

$150 : 2 \cdot 5 - 33 \cdot 12 : 3 = 243$

$3 \cdot 4^2 + 6^2 - 6 \cdot 3 = 66$

$(12 - 2 \cdot 4)^2 + (2 \cdot 6)^2 - 3 \cdot 2 = 154$

$78 - 32 + 32 = 78$

**11) Notion de fractions**

$\frac{3}{5}$  des élèves d'une classe de 25 élèves ... 15 élèves

Un jour c'est  $\frac{1}{7}$  d'une semaine

4h c'est  $\frac{1}{6}$  d'une journée

5 mois, c'est  $\frac{5}{12}$  d'une année

### 12) Simplifier les fractions

Simplifier une fraction, c'est diviser ses 2 termes par un même nombre

$$\frac{7}{35} = \frac{1}{5} \quad \frac{12}{4} = 3 \quad \frac{20}{15} = \frac{4}{3} \quad \frac{-8}{-56} = -\frac{1}{7} \quad \frac{5000}{50} = 100$$

Exercice contraire : trouver une fraction équivalente en multipliant les 2 termes par un même nombre non nul

$$\frac{2}{5} = \frac{4}{10} \quad \frac{3}{8} = \frac{9}{24}$$

### 13) Quel est le plus petit dénominateur commun à ces fractions

$$\frac{12}{4} \text{ et } \frac{20}{15} \text{ ppcm} = 60 \quad \frac{2}{9} \text{ et } \frac{4}{15} \text{ ppcm} = 45$$

### 14) Réduire les fractions au même dénominateur

$$\begin{array}{ccccc} \frac{3}{4} \text{ et } \frac{2}{3} & \frac{8}{9} \text{ et } \frac{4}{5} & \frac{1}{3} \text{ et } \frac{1}{2} & \frac{2}{14} \text{ et } \frac{2}{3} & \frac{2}{5} \text{ et } \frac{3}{10} \\ \frac{9}{12} \text{ et } \frac{8}{12} & \frac{40}{45} \text{ et } \frac{36}{45} & \frac{2}{6} \text{ et } \frac{3}{6} & \frac{6}{42} \text{ et } \frac{28}{42} & \frac{4}{10} \text{ et } \frac{3}{10} \end{array}$$

### 15) Additionner ou soustraire les fractions

$$\begin{array}{ccccc} \frac{4}{5} + \frac{2}{5} = \frac{6}{5} & \frac{2}{9} + \frac{5}{9} = \frac{7}{9} & \frac{8}{11} - \frac{2}{11} = \frac{6}{11} & \frac{15}{17} - \frac{3}{17} = \frac{12}{17} & \frac{7}{10} + \frac{3}{10} = \\ 1 & & & & \\ \frac{2}{7} + \frac{3}{4} = \frac{29}{28} & \frac{1}{9} + \frac{1}{8} = \frac{17}{72} & \frac{1}{4} - \frac{1}{7} = \frac{3}{28} & \frac{5}{15} - \frac{1}{5} = \frac{2}{15} & \frac{1}{5} + \frac{3}{10} = \frac{1}{2} \end{array}$$

### 16) Multiplier les fractions

Toujours penser à simplifier les fractions.

De plus, dans la multiplication des fractions, on peut simplifier un numérateur avec le dénominateur de l'autre fraction (simplification en croix)

$$\begin{array}{ccccc} \frac{2}{7} \cdot \frac{3}{5} = \frac{6}{35} & \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{8} & \frac{2}{8} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{20} & \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{7} = \frac{3}{7} & \frac{5}{6} \cdot \frac{4}{7} = \frac{10}{21} \\ \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{16} & \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{2} = 1 & \frac{4}{9} \cdot \frac{3}{8} = \frac{1}{6} & \frac{3}{4} \cdot 2 = \frac{3}{2} & \frac{12}{48} \cdot \frac{35}{7} = \frac{5}{4} \end{array}$$

### 17) Diviser les fractions

Pour diviser par une fraction, on multiplie par l'inverse de cette fraction.

Quel est la fraction inverse des fractions suivantes ?

$$\frac{4}{3}$$

$$\frac{5}{8}$$

$$3$$

$$\frac{1}{2}$$

$$\frac{-2}{5}$$

Calculer

$$\frac{2}{7} : \frac{3}{5} = \frac{10}{21}$$

$$\frac{-3}{4} : \frac{1}{2} = \frac{-3}{2}$$

$$\frac{2}{8} : \frac{1}{5} = \frac{5}{4}$$

$$\frac{3}{4} : 4 = \frac{3}{16}$$

$$\frac{5}{6} : \frac{4}{8} = \frac{5}{3}$$

### 18) Effectuer en respectant l'ordre de priorité des opérations

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{5}{12}$$

$$\left(\frac{3}{5} + \frac{2}{3}\right) : \frac{1}{4} = \frac{76}{15}$$

$$\left(\frac{7}{8} - \frac{3}{4}\right) \cdot \frac{2}{5} = \frac{1}{20}$$

$$\left(\frac{1}{5} \cdot \frac{2}{3}\right) + \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{3}\right) = \frac{7}{15}$$

$$4 + \frac{2}{5} : 3 = \frac{22}{15}$$

### 19) Effectuer les puissances

$$3^{-1} = 1/3$$

$$10^{-3} = 1/1000 \text{ ou } 0,001$$

$$5^{-2} = 1/25$$

$$10^{-5} = 1/100\,000 \text{ ou } 0,00\,001$$

$$4^{-3} = 1/64$$

$$(0,01)^{-2} = 1/10\,000 \text{ ou } 0,0001$$

$$\left(\frac{1}{12}\right)^{-1} = 12$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{-3} = 27/8$$

$$\left(\frac{3}{4}\right)^{-2} = 16/9$$

$$1,5^{-2} = \left(\frac{3}{2}\right)^{-2} = 4/9$$

### 20) Effectuer

$$25^{1/2} = 5$$

$$(-8)^{1/3} = -2$$

$$27^{1/3} = 3$$

$$\left(\frac{9}{16}\right)^{-1/2} = 4/3$$

$$16^{3/4} = 2$$

$$1^{3/5} = 1$$

$$4^{3/2} = 8$$

$$10000^{7/2} = 10\,000\,000$$

$$81^{3/4} = 27$$

$$(10^{-6})^{1/2} = 1/1000 \text{ ou } 0,001$$

### 21) Règle de trois

1. 12,5 €
2. 40 jours
3. 25,6 jours
4. DP donc =  $9 : 750 \times 1300 = 15,6$  euros
5. IP donc =  $15 \times 4 : 6 = 10$  jours

### 22) Partages proportionnels

1. 2700 - 1800 - 1500 €

2.  $80.000 - 60.000 - 40.000 - 70.000$
3.  $= 5000 : 4 = 1250 \text{ €}$
4. 1600, 1400, 1250, 750
5. 1800, 1170, 810

**23) Pourcentages**

1. 21500 €
2. 40,704 kg - 76,320 kg - 10,176 kg
3. 66,15 €
4. 48,3 €
5. 6 %

**24) Calculer la valeur des expressions algébriques suivantes pour  $a = 3$ ,  $b = -2$ ,  $c = 4$  et  $x = 5$** 

$$a + b + c = 5$$

$$a \cdot c = 12$$

$$2x + 4 = 14$$

$$3ax - 5 = 40$$

**25) Effectuer les opérations suivantes**

$$5x + 7x + 2x = 14x$$

$$3a - 5a = -2a$$

$$2x + y = 2x + y$$

$$3x \cdot 2a = 6ax$$

$$4a \cdot 2b \cdot ac = 8a^2bc$$

$$2a + 7a \cdot 3x = 2a + 21ax$$

**26) Résoudre les équations suivantes et vérifier**

$$5x = 15 \qquad x = 3$$

$$7x = -49 \qquad x = -7$$

$$5 + x = 12 \qquad x = 7$$

$$x - 9 = -15 \qquad x = -6$$

$$5x + 4 = 19 \qquad x = 3$$

$$8x - 12 = -52 \qquad x = -5$$

$$7x + 12 = 5x + 24 \qquad x = 6$$

$$4x - 8 = 2x - 16 \qquad x = -4$$

$$4x + 12 = 2x + 36 \qquad x = 12$$

$$-5 = 2x - 15 \qquad x = 5$$

**27) Résoudre les équations fractionnaires suivantes et vérifier**

$$1^{\circ} \frac{x}{2} + \frac{x}{3} = 10 \qquad \text{Rép. } x = 12$$

$$2^{\circ} x + \frac{x}{2} + \frac{x}{3} = 11 \qquad \bullet \quad x = 6$$

$$3^{\circ} 36 - \frac{4x}{9} = 8 \qquad \bullet \quad x = 63$$

$$4^{\circ} \frac{x}{2} - 2 - \frac{x}{4} + \frac{x}{5} = 1 \qquad \bullet \quad x = \frac{20}{3}$$

$$5^{\circ} \frac{7x}{8} - 5 = \frac{9x}{10} - 8 \qquad \bullet \quad x = 120$$

**28) Problèmes résolus par équation – 1<sup>ère</sup> série sans fractions**

- a)  $3m + m = 12000$   
Marie reçoit 3000 euros et Pierre 9000 euros
- b)  $l + (l - 2000) = 20000$   
Louis reçoit 11000 tonnes et Jean 9000 tonnes
- c)  $(b + 20000) + b + (b + 30000) = 170000$   
 $3b = 120000$   
B reçoit 40000 euros, A 60000 euros et C 70000 euros.
- d)  $(b + 5000) + b + 2b = 150000$   
 $4b = 145000$   
B reçoit 36250 euros, A reçoit 41250 euros et C reçoit 72500 euros
- e)  $(c + 3) + c + 5c = 52$   
 $7c = 49$   
le cadet a 7 ans, l'aîné 10 ans et le père 35 ans.
- f)  $(c + 3) + c + 3(c + 3) = 62$   
 $5c = 62 - 3 - 9 = 50$   
la cadette a 10 ans, l'aînée 13 ans et la maman 39 ans.
- g)  $(b + 500) + b + 2(b + 500) = 4300$   
 $4b = 4300 - 500 - 1000 = 2800$   
Bruno reçoit 700 euros, Magali 1200 euros et Mathieu 2400 euros.
- h)  $a + (a + 20) + 2(a + 20) = 2400$   
 $4a = 2340$   
On plantera 585 ha de maïs, 605 ha de blé et 1210 ha de betteraves.

**29) Problèmes résolus par équation – 2<sup>ème</sup> série avec fractions**

- a)  $x/3 + x/5 + 14 = x$   
 $5x + 3x + 210 = 15x$   
 $7x = 210$   
J'avais 30 euros
- b)  $p/16 - (200 - p)/10 = 6$   
 $10p - 200 \cdot 16 + 16p = 6 \cdot 16 \cdot 10$   
 $26p = 6 \cdot 160 + 200 \cdot 16 = 16 \cdot 260$   
La première part p est 160 euros et la seconde 40 euros.
- c)  $((n \cdot 5) - 24) : 6 + 13 = n$   
 $5n - 24 + 13 \cdot 6 = 6n$   
 $n = 54$
- d) soit n le nombre de pièces de 2 euros  
le nombre de billets de 5 euros est  $2/5 \cdot n$   
 $n - 2/5 \cdot n = 102$   
 $5n - 2n = 102 \cdot 5$   
 $3n = 510$   
Elle avait 170 pièces de 2 euros, soit 340 euros
- e) supposons la réponse il y a x ans  
 $(43 - x) = 4(13 - x)$   
 $3x = 52 - 43$   
 $x = 3$  réponse : il y a 3 ans
- f) supposons la réponse dans x ans  
 $(38 + x) = (12 + x) + (8 + x)$   
 $x = 38 - 12 - 8$   
 $x = 18$  réponse : dans 18 ans

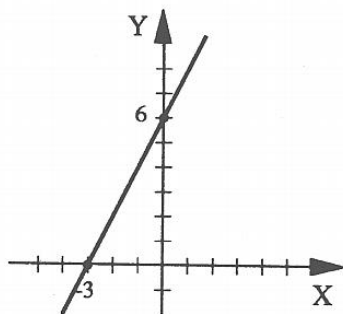
30)

a) Solution du 380

380. 1) a)

b) -3

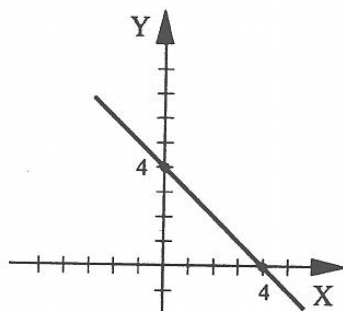
c)  $2x + 6 = 0$



2) a)

b) 4

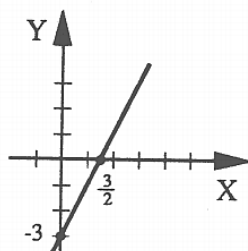
c)  $4 - x = 0$



3) a)

b)  $\frac{3}{2}$

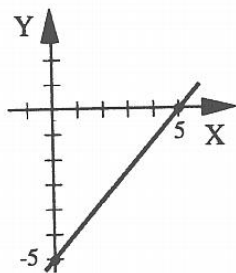
c)  $2x - 3 = 0$



(380) 4) a)

b) 5

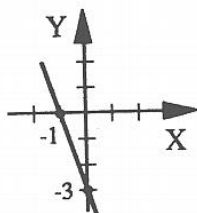
c)  $x - 5 = 0$



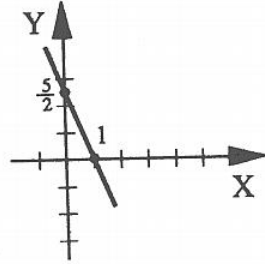
5) a)

b) -1

c)  $-3x - 3 = 0$



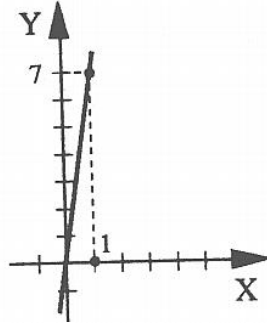
6) a)



b) 1

c)  $-\frac{5}{2}x + \frac{5}{2} = 0$

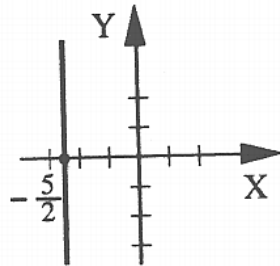
7) a)



b) 0

c)  $7x = 0$

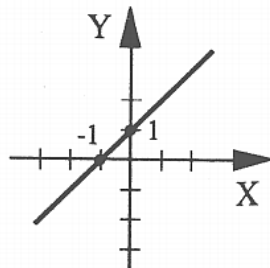
8) a)



b)  $-\frac{5}{2}$

c)  $2x + 5 = 0$

9) a)



b) -1

c)  $x + 1 = 0$

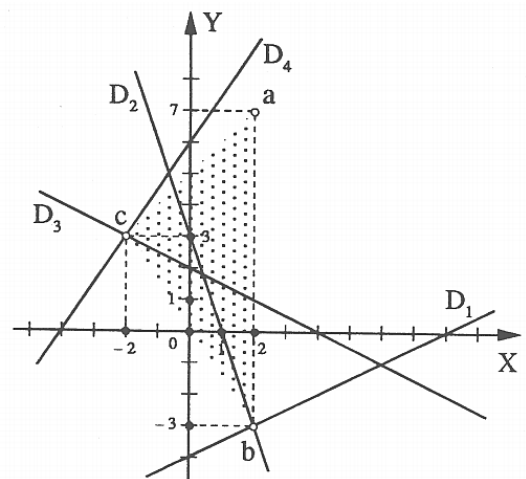
**b) Solution du 421**

421. 1)  $b = (2, -3)$  ;  $c = (-2, 3)$

2)  $ab \equiv x - 2 = 0$

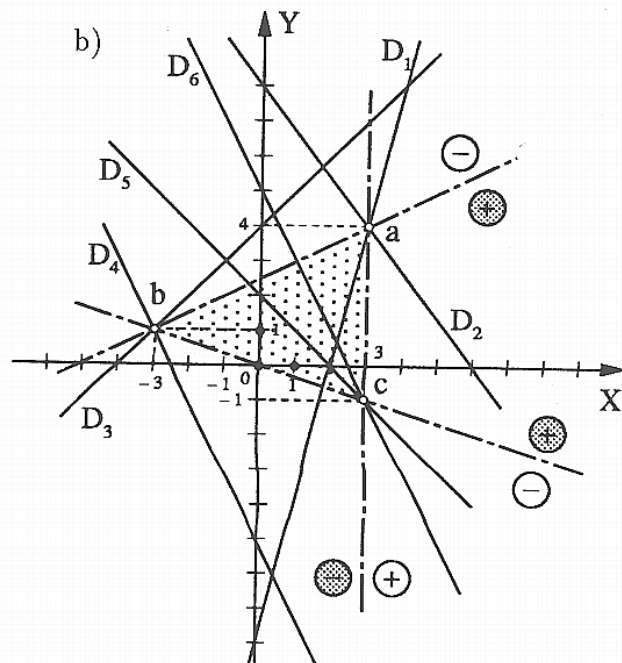
$ac \equiv x - y + 5 = 0$

$bc \equiv 3x + 2y = 0$



**c) Solution du 422**

$$422. \text{ a) } \begin{aligned} a &= (3, 4) \\ b &= (-3, 1) \\ c &= (3, -1) \end{aligned}$$

**31) Résoudre les inéquations**

1°  $7x - 6 > 5 + 6x$

2°  $12 - 5x > x - 60$

3°  $\frac{x}{3} + \frac{x}{2} > \frac{x}{4} + \frac{1}{2}$

4°  $\frac{x}{2} + 4 > \frac{2x}{3} - \frac{x}{8}$

5°  $4(5 + x) > 5(x + 3)$

6°  $3 - 4(5 - x) \leq 2x + 5$

7°  $\frac{3x - 1}{5} - \frac{13}{2} \geq \frac{7x}{3} - \frac{11(x + 3)}{6}$

8°  $\frac{2x}{5} - \frac{2x - 17}{3} < 10 - \frac{2x - 6}{2}$

Rép.  $x > 11$

"  $x < 12$

"  $x > \frac{6}{7}$

"  $x < 96$

"  $x < 5$

"  $x \leq 11$

"  $x \geq 12$

"  $x < 10.$

**32) Distribuer**

$2(4x + 3) = 8x + 12$

$3x(a + 2b) = 3ax + 6bx$

$5a(7x - 2y + 3) = 35ax - 10ay + 15a$

$5 + (3x - 2) \cdot 3 = 9x - 1$

$12x - (5x - 1) \cdot 2 + 3x - 5 = 5x - 3$

**33) Mettre en évidence**

$4x + 16y = 4(x + 4y)$

$25ab - 10a = 5a(5b - 2)$

$7x + 3x^2 = x(7 + 3x)$

$4xy + 3ay - 2y = y(4x + 3a - 2)$

$3(x+a) - 2(x+a) = x + a$

**34) Développer ou calculer en utilisant les formules de produits remarquables**

$(a+1)^2 = a^2 + 1 + 2a$

$(12 - 2x)^2 = 144 + 4x^2 - 48x$

$(2ax^2 + 3x)^2 = 4a^2x^4 + 9x^2 + 12ax^3$

$x^2 - 16 = (x+4)(x-4)$

$$4x^2-9 = (2x+3)(2x-3)$$

$$(3x - 7)^2 = 9x^2 - 42x + 49$$

$$(x+2)^3 = x^3 + 6x^2 + 12x + 8$$

$$101^2 = (100+1)^2 = 10\,000 + 1 + 200 = 10\,201$$

$$999^2 = (1000-1)^2 = 1\,000\,000 + 1 - 2000 = 998\,001$$

$$77^2 - 37^2 = (77 + 37)(77-37) = 114 \cdot 40 = 4560$$

Sources

Eléments d'algèbre – N.-J.SCHONS – Editions la Procure

Carnet du jour – Carnet du soir –« Toutes les références de base en mathématiques »  
Editions Magnard Écoles

Math pratiques, maths magiques –A. BOURJALA – Editions Libro

Savoir et Savoir faire en mathématiques - J.BOUTRIAU et A.PATERNOTTRE  
Editions Dessain